

Задачи письменного тура

1. Разрежьте прямоугольник 16×9 на 2 части, при сложении которых, получится квадрат.
2. Сколько раз в сутки часовая и минутная стрелки перпендикулярны друг другу?
3. Даны три отрезка длиной $a+4$, $2a-3$ и 4 . При каких вещественных a из отрезков можно составить треугольник?
4. Вычислить: $\frac{1}{1999 \cdot 2000} + \frac{1}{2000 \cdot 2001} + \frac{1}{2001 \cdot 2002} + \dots + \frac{1}{2013 \cdot 2014} + \frac{1}{2014 \cdot 2015}$
5. У треугольника ABC вершина C не поместилась на чертеже. С помощью циркуля и линейки постройте медианы треугольника (или их части, помещающиеся на чертеж).
6. Найти все решения неравенства: $|x+2014| < |x-2015|$.
7. В квадрат со стороной 5 вписан прямоугольник, при этом вершины прямоугольника лежат на различных сторонах квадрата. Найдите периметр прямоугольника.
8. 100 лет назад, когда на Волге еще не было плотин, пароход от Ратмино до Ярославля доходил за 1 день. Обратный путь занимал 2 дня. За сколько дней можно было добраться от Ратмино до Ярославля на плоту?
9. Из 16 узлов квадратной (4×4) сетки надо выбрать 8 точек таким образом, чтобы никакие 3 из них не являлись вершинами остроугольного треугольника.
10. В треугольнике 2 медианы длиной 6 и 9 пересекаются под прямым углом. Найдите площадь треугольника.

Ответы письменного тура:

Задачи устного тура

1. Каждая клетка тетрадного листа закрашена в какой-нибудь цвет. Известно, что в каждом L-тетрамино все клетки разного цвета. При каком наименьшем количестве цветов это возможно? (L-тетрамино — это фигурка из четырех клеток в виде буквы L или Г, возможно, повернутая).
2. За круглым столом 128 друзей уселись пить чай. Перед каждым стоит чашка и пол-литровый чайник. Всего на столе 32 литровых чашек и 96 пол-литровых. Из чайника все содержимое целиком можно налить либо другу слева, либо справа, но не себе. Друзья согласны пить только из полных чашек. Какое наибольшее число друзей сможет гарантированно напиться чаем?
3. Эльф находится в лодке в центре круглого озера радиусом R . На берегу — гоблин, жаждущий съесть Эльфа. К счастью, гоблин может двигаться только по берегу. К несчастью, его скорость превосходит скорость лодки Эльфа в 4 раза. Всё, что нужно Эльфу для спасения, — добраться до берега, не попав в лапы гоблина. Сможет ли он это сделать?
4. Известно, что два числа p и $(p^2 + 2^p)$ — простые. Докажите, что число $(p^2 + 10)$ — тоже простое.
5. Решить уравнение:
 $|x+2012| \cdot |x+2013| \cdot |x+2014| = |x+2013| \cdot |x+2014| \cdot |x+2015|$.
6. Студент-математик продает на рынке картофель. Картофель упакован в мешки по 25 кг. Для взвешивания у него есть чашечные равноплечие рычажные весы и одна гиря массой 1 кг. Покупатели берут только целое число кг. За какое минимальное число взвешиваний продавец сможет выполнить любой заказ покупателя?
7. Жил-был фермер, и было у него в жизни две радости: разводить овец и растить детей. Детей у него было 24, а овец — намного больше. Когда денег совсем не осталось, поехал фермер на ярмарку и продал всех овец. Вернувшись домой, он захотел разделить выручку поровну между своими детьми, но не тут-то было. Не делится, и все. Пошел он к соседу, Математику, и стал жаловаться на несправедливую жизнь. Математик спрашивает: «А сколько же денег ты заработал?» Вспоминал-вспоминал фермер и никак не может вспомнить, говорит: «Помню только, что количество овец было большим простым числом и продал я каждую овцу за столько рублей, сколько овец было в стаде до продажи». Математик в ответ: «Невелика беда, дай мне 1 рубль за совет, а остальные деньги дели себе на здоровье». Обрадовался фермер, идет домой и думает: «А не ошибся ли Математик? Как он мог узнать, что оставшиеся деньги можно поделить поровну?»
8. Доказать, что в треугольнике с углами 36° , 72° , 72° отношение сторон равно сами знаете чему.